

# PROPOSITION DE THÈSE : COURANTS OCÉANIQUES DE BORD OUEST, ANALYSE THÉORIQUE ET NUMÉRIQUE

## 1 Contexte du point de vue de l'océanographie physique

Un des enjeux principaux de l'océanographie physique, aujourd'hui, est de mieux anticiper les événements extrêmes et changements brutaux des océans et du climat, dont les conséquences sont multiples et dramatiques pour les sociétés humaines : épisodes de submersion marine, vagues de chaleur marines et terrestres, sécheresses et moussons, ainsi que leurs impacts sur les écosystèmes marins et terrestres. Au vu de l'impact de l'océan sur le climat, entre autres via le cycle de la chaleur (redistribution de l'équateur vers les pôles) et du carbone (stockage en profondeur), **une meilleure compréhension de la dynamique de l'océan améliorera notre capacité à prédire et à limiter le changement climatique et à adapter les sociétés à ses effets.**

La modélisation océanique et climatique s'oriente dans deux directions distinctes : certains poussent vers l'augmentation de la résolution spatiale des modèles, pour représenter explicitement les tourbillons de méso-échelle notamment, tandis que d'autres préfèrent augmenter le nombre de simulations produites (simulations ensemblistes) et leur longueur, afin de quantifier les incertitudes paramétriques et structurelles des projections futures. Ce projet s'inscrit dans cette seconde perspective, et propose de réduire les biais évidents des modèles de basse résolution : leur incapacité à représenter les courants de bord ouest, comme le Gulf Stream [CM08].

Loin de la vision qu'en avaient les navigateurs du 18e siècle, qui perdure d'ailleurs dans les manuels scolaires, le Gulf Stream n'est pas un courant continu de la Floride jusqu'aux côtes bretonnes ! Les observations par satellite révèlent que le Gulf Stream disparaît en même temps qu'il quitte la côte vers Cap Hatteras, et que sont générés des tourbillons cycloniques et anticycloniques, entrelacés de filaments et tourbillons de sous-méso-échelle. La théorie des fluides géophysiques renseigne que le Gulf Stream est un courant de bord ouest, c'est à dire qu'il assure la fermeture des gyres océaniques, dont la dynamique est essentiellement linéaire et inviscide, dans une couche limite où les effets non-linéaires et de friction sont non négligeables. En outre, la dynamique du Gulf Stream semble interagir avec le courant profond de bord ouest (DWBC pour Deep Western Boundary Current), qui s'écoule du nord vers le sud le long de la Floride [Spa96].

## 2 Contexte du point de vue des mathématiques

Du point de vue de l'analyse mathématique, les premiers résultats sur les courants de bord ouest remontent aux travaux de Desjardins et Grenier [DG99], qui ont justifié la validité des couches de Munk et de Stommel. Ces travaux se placent dans un cadre bidimensionnel et dans lequel le comportement du fluide dans la couche limite est linéaire. Ils ont ensuite été étendus à un cadre quasilineaire, tenant compte des irrégularités de la côte, par Bresch et Gérard-Varet [BGV05]. Lorsque la vitesse des courants est suffisamment intense, l'équation décrivant les courants de bord ouest devient non linéaire et s'apparente à l'équation de Prandtl [BCT88]. Il est communément admis que le Gulf Stream se situe précisément dans ce régime inertiel [Cha55], et que la séparation du Gulf Stream à Cap Hatteras est un phénomène non linéaire voisin de la séparation de la couche limite de Prandtl. Les simulations obtenues avec le modèle *NEMO* dans un cadre idéalisé (voir section 3) confirment ce comportement non linéaire en présence de pente.

La description des courants de bord ouest dans un tel régime non linéaire est nettement plus ardue que dans le cadre linéaire, et les études existantes se concentrent principalement sur le cas sans séparation [DP21]. De fait, dans le cas de l'équation de Prandtl, la description mathématique des phénomènes de séparation et de recirculation demeure très récente [DM19, DMR22, IM22]. Un enjeu crucial et hautement non trivial est donc d'analyser mathématiquement des phénomènes de recirculation et de séparation dans la couche limite de bord ouest, en faisant le lien avec la présence de bathymétrie. Le courant profond de bord ouest, quant à lui, n'a pas encore fait l'objet d'études mathématiques.

### 3 Travail préliminaire

Les deux porteuses du projet ont encadré ensemble un stage (5 mois) en 2022-2023, qui a montré que l'un des points essentiels pour avoir un détachement du Gulf Stream fidèle à la réalité, à basse résolution spatiale, est la présence de pente ou non sur les bords. Ce travail a été réalisé par Corentin Gentil (élève ENS Mathématiques 2019), à partir de simulations de circulation océanique avec des bassins à fonds marins variables (simulations du logiciel *NEMO*, développé historiquement au LOCEAN, UMR 7159, et reconnu outil national de l'INSU). Dans le cas d'un bassin avec des bords verticaux, on peut observer un comportement linéaire de la vitesse méridienne, dont le comportement dans la couche limite (courant intense et recirculation) est très bien prédit par le modèle linéaire. En revanche, avec des pentes sur le bord, le comportement devient fortement non-linéaire, et on voit avec le signe de la vitesse méridienne qu'une solution à variables séparées n'est pas possible. De plus, on note que plus la pente est douce, plus le Gulf Stream est intense, et plus il se détache au Sud. Toutefois, les pentes douces qui donnent un Gulf Stream plus réaliste ne sont absolument pas fidèles à la réalité, d'où le besoin de comprendre précisément comment s'articule le lien entre bathymétrie et séparation du courant de bord ouest, pour mieux représenter cet effet dans les modèles de climat.

### 4 Proposition de thèse

La première question mathématique abordée sera la dérivation d'un modèle jouet en 2 dimensions, qui permet de comprendre la façon dont la présence de pentes sur les bords du bassin fait basculer le Gulf Stream d'un régime linéaire vers un régime non-linéaire. Des calculs préliminaires suggèrent qu'un tel modèle devra inclure les effets de stratification, absents des modèles jouets actuels pour le Gulf Stream mais essentiels pour la prise en compte des effets de bathymétrie.

Sur le plan océanographique, il sera d'abord nécessaire de comprendre, à la fois en s'aidant de la bibliographie existante mais aussi des simulations numériques, comment se forme le courant profond de bord ouest, et quels sont les processus dynamiques (vent, rotation terrestre, bathymétrie) et thermodynamiques (échanges en température et forçage en salinité à la surface, formation d'eaux denses) qui entrent en jeu pour former celui-ci.

Lorsque les processus physiques régissant la formation du courant profond de bord ouest auront été identifiés, une seconde question mathématique consistera à mettre en équations ce phénomène en proposant un nouveau modèle et à en mener une analyse théorique.

Enfin, une fois l'influence de la bathymétrie sur le Gulf Stream comprise, il est envisagé d'essayer d'implémenter un forçage supplémentaire dans *NEMO*, pour représenter l'effet théorique de la bathymétrie (qu'il n'est pas forcément possible de bien représenter à basse résolution), pour avoir un détachement non-linéaire et plus au sud du Gulf Stream (donc plus réaliste) dans les modèles à basse résolution. **Cela constitue l'une des seules pistes de recherche actuelles pour améliorer la représentation du Gulf Stream dans les modèles de climat.**

### Références

- [BCT88] V Barcelon, P Constantin, and ES Titi. Existence of solutions to the stommel-charney model of the gulf stream. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 19(6) :1355–1364, 1988.
- [BGV05] Didier Bresch and David Gérard-Varet. Roughness-induced effects on the quasi-geostrophic model. *Communications in mathematical physics*, 253 :81–119, 2005.
- [Cha55] Jule G Charney. The gulf stream as an inertial boundary layer. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 41(10) :731–740, 1955.
- [CM08] Eric Chassignet and David Marshall. Gulf stream separation in numerical ocean models. *Geophysical Monograph Series*, 177 :39–62, 01 2008.
- [DG99] Benoît Desjardins and Emmanuel Grenier. On the homogeneous model of wind-driven ocean circulation. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 60(1) :43–60, 1999.
- [DM19] Anne-Laure Dalibard and Nader Masmoudi. Separation for the stationary prandtl equation. *Publications mathématiques de l'IHÉS*, 130(1) :187–297, 2019.
- [DMR22] Anne-Laure Dalibard, Frédéric Marbach, and Jean Rax. A nonlinear forward-backward problem. *arXiv preprint arXiv :2203.11067*, 2022.
- [DP21] Anne-Laure Dalibard and Matthew Paddick. An existence result for the steady rotating prandtl equation. *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*, 23 :1–27, 2021.
- [IM22] Sameer Iyer and Nader Masmoudi. Higher regularity theory for a mixed-type parabolic equation. *arXiv preprint arXiv :2212.08735*, 2022.
- [Spa96] M. A. Spall. Gulf stream separation in numerical ocean models. part i : Entrainment and recirculation. *Journal of Physical Oceanography*, 26(10) :2152–2168, 1996.